ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

IMPERIAL MYCOLOGICAL
4 AUG 1945
INSTITUTE

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

MAYO 1945 — ENTREGA V — TOMO CXXXIX

SUMARIO

PÁG.

EMILIO L. DÍAZ. — Posibilidad de establecer una estación meteorológica en el Pacífico Antártico y su probable rendimiento 195

BENJAMÍN BACAL. — La turba, combustible completo 209

CARLOS RUSCONI. — Trilobites silúricos de Mendoza 216

Seminario Matemático «Dr. Claro C. Dassen» 220

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

1945

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †
Dr. Mario Isola †
Dr. Germán Burmeister †
Dr. Benjamín A. Gould †
Dr. R. A. Phillippi †
Dr. Guillermo Rawson †
Dr. Carlos Berg †
Dr. Valentín Balbín †
Dr. Florentino Ameghino †
Dr. Carlos Darwin †
Dr. César Lombroso †
Ing. Luis A. Huergo †
Ing. Vicente Castro †
Dr. Juan J. J. Kyle †
Dr. Estanislao S. Zeballos †
Ing. Santiago E. Barabino †
Dr. Carlos Spegazzini †
Dr. J. Mendizábal Tamborel †
Dr. Walter Nernst †
Dr. Alberto Einstein
Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Angel Gallardo †
Dr. Eduardo L. Holmberg †
Ing. Guillermo Marconi †
Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Enrique Ferri †

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. José Babini; Dr. Horacio Damianovich; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollan (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Alfredo Sordelli; Dr. Reinaldo Vanossi; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1945-1946)

Presidente	Doctor **Gonzalo Bosch**
Vicepresidente 1º	Ingeniero **Enrique Chanourdie**
Vicepresidente 2º	Doctor **Jorge Magnin**
Secretario de actas	Doctor **Carlos A. Bertomeu**
Secretario de correspondencia.	Doctor **E. Eduardo Krapf**
Tesorero	Ingeniero **César M. Polledo**
Bibliotecario	Ingeniero **José M. Páez**
Vocales	Ingeniero **Alfredo G. Galmarini** Ingeniero **Gastón Wunenburger** Ingeniero **Eduardo M. Huergo** Ingeniero **Carlos A. Lizer y Trelles** Doctor **Reinaldo Vanossi** Ingeniero **Belisario Alvarez de Toledo** Doctor **José Llauró** Ingeniero **Juan B. Marchionatto** Ingeniero **Carlos M. Gadda**
Suplentes	Ingeniero **Antonio Arena** Ingeniero **Juan B. Berrino** Ingeniero **Anecto J. Bosisio** Ingeniero **Héctor Ceppi** Doctor **Elías A. De Cesare** Ingeniero **Pedro Rossell Soler**
Revisores de balances anuales	Doctor **Antonio Casacuberta** Arquitecto **Carlos E. Géneau**

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Artº 10 del Reglamento de los "ANALES" (modificado por la J. D. en su sesión de fecha 4 de septiembre 1941). Los escritos originales destinados a la Dirección de los "Anales", serán remitidos a la Administración de la Sociedad, calle Santa Fe 1145, a los efectos de registrar la fecha de entrega para luego enviarlos al señor Director. La Sociedad no tomará en consideración las observaciones de los autores que se refieran a cualquier anormalidad, si no se ha cumplido con el requisito indicado.

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 311-425 - Buenos Aires

POSIBILIDAD DE ESTABLECER UNA ESTACION METEOROLOGICA EN EL PACIFICO ANTARTICO Y SU PROBABLE RENDIMIENTO

POR EL

TENIENTE DE NAVIO EMILIO L. DIAZ

Para estudiar el problema de la previsión meteorológica en nuestro país, que es el mismo que el de la región austral de la América del Sur, en la cual está enclavado, deben considerarse en primer término dos factores: el geográfico y el de las trayectorias de las perturbaciones.

El primero puede enunciarse así: una faja continental relativamente estrecha, a ambos lados de la cual se encuentran dos océanos que, con excepción de la zona costera, no son navegados.

El último incluye lo siguiente: primero los ciclones polares cuyo rumbo general es este, segundo las depresiones mediterráneas que se desplazan hacia el sector NNE - ESE y, tercero, las masas de aire polar que por lo común se derraman de SW a NE (Fig. 1).

La llegada de un frente que avanza desde el oeste recién es detectada al alcanzar la costa chilena. Si consideramos una velocidad de 500 millas marinas por día, esto es, unos 900 kilómetros; tenemos, en la latitud de los 45° S, en la cual el ancho del continente es de 400 millas, que el cruce se realiza en pocas horas, en un lapso generalmente insuficiente para poder formular un pronóstico de utilidad práctica.

Es evidente entonces que, como regla general, las previsiones del tiempo no pueden ser hechas con estricto conocimiento de causa en la zona que se extiende al Sur del paralelo 42°, debiendo, en cambio, basarse sobre estimaciones aproximadas y sobre la experiencia personal del pronosticador.

Para la región comprendida entre los 30° y los 35° las circunstancias son algo mejores, pero aún aquí estas previsiones o pers-

30°
0°
50°
20°
40°
60°
70°
80°
90°
110°
130°
150°
170°
P.S.
Depresiones mediterráneas
Ciclones polares
Masas aire polar
Isla Pedro I°
Probable zona formación ciclones polares
F.N.
C.
F.
S.
V.M.
R.G.
J.F.
O.
P.
P.I.
L.A.

FIG. 1.

pectivas no pueden ser formuladas para plazos mayores de 36 horas en adelante.

Las Irlas Orcadas, ubicadas en la zona antártica, pueden proporcionar información útil en algunas situaciones meteorológicas particulares, pero ello no es suficiente. Es quizás posible que de sus datos pudieran extraerse correlaciones con fenómenos meteorológicos que tienen lugar en el continente sudamericano, algo de ello ya se ha obtenido, pero es aun necesario investigar mucho más.

La solución de estas dificultades, que observamos en la determinación del devenir meteorológico, podría obtenerse si dispusiéramos de la información pertinente en algún punto ubicado a unos 500 millas al oeste de la Tierra del Fuego. Estos datos permitirían extender la carta sinóptica hacia occidente y conocer con suficiente anticipación la llegada de las perturbaciones. También el problema podría solucionarse si existiera un tráfico marítimo adecuado entre Australia (o Nueva Zelandia) y la América del Sur, pero éste no existe, prácticamente, en la actualidad.

Podría pensarse en el mantenimiento de un buque observador en la zona indicada, pero ello, además de las dificultades inherentes al momento actual, implicaría una muy importante erogación de recursos y de esfuerzos que todavía no se justifican.

En la zona especificada en el párrafo que precede al anterior, a 500 millas al Oeste de la Tierra del Fuego, no hay ninguna isla. Sin embargo, hacia el sudoeste del Cabo de Hornos y a unas 1000 millas existe un punto en el cual quizás fuera factible instalar una estación meteorológica, me refiero a la Isla de Pedro 1, descubierta por el Almirante ruso Bellinghaussen en 1823. Las coordenadas son, aproximadamente, latitud 69° S y longitud 91° W (Fig. 1).

Los informes de que se dispone respecto de esta tierra no son favorables. Ellos indican que la isla está muy cubierta de hielo y es poco accesible desde el mar. La goleta noruega « Norvergia » levantó un croquis expeditivo efectuando el relevamiento desde a bordo (Figs. 2 y 3), en el cual aparecen dos caletas en su costa oeste, en una de las cuales, en febrero de 1929, se efectuó el primer desembarco. Si tenemos en cuenta que los vientos más violentos y los predominantes en dichas latitudes son los del este, encontramos allí una circunstancia favorable.

Sin embargo, el procedimiento correcto y las posibilidades de su utilización no pueden establecerse « a priori » sin poseer datos directos y propios del lugar, pero, para ello, es necesario ir, mirar y explorar.

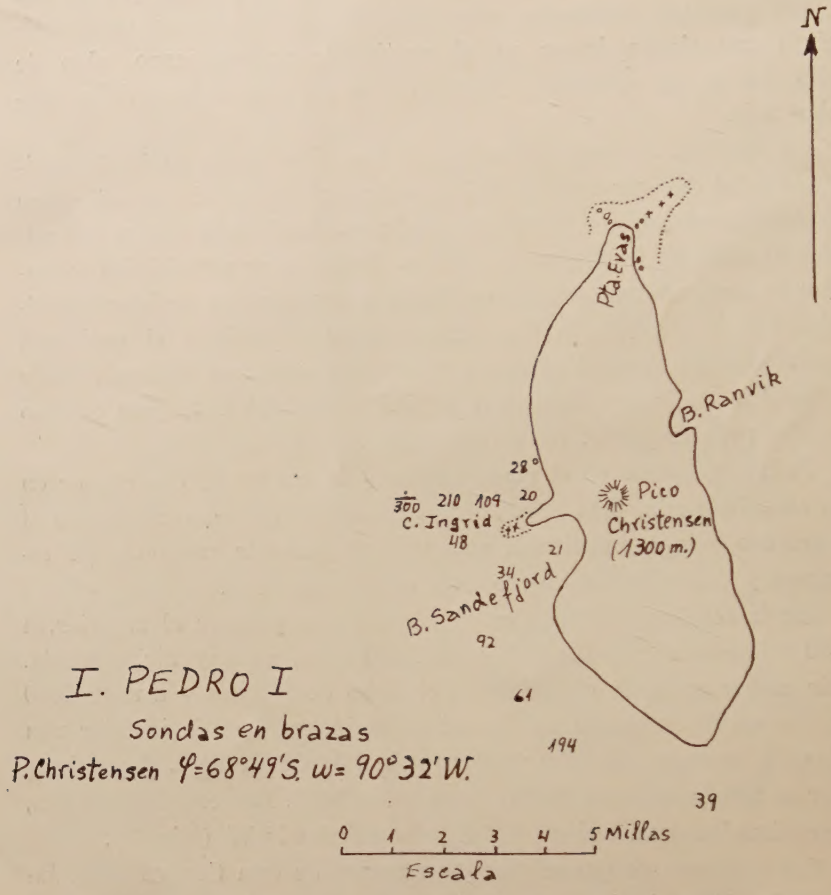
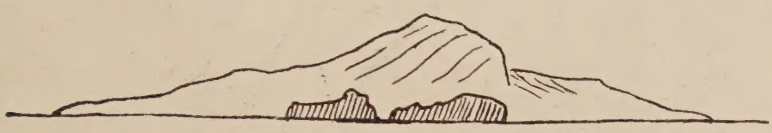


FIG. 2.

Antes de seguir adelante conviene determinar qué es lo que se puede esperar de los datos meteorológicos obtenidos en tal punto.

La vida de un ciclón frontal puede estimarse en unos 6 ó 7 días en término medio y de acuerdo a su aspecto morfológico es posible apreciar su « edad » en cada instante de su vida.

El análisis de las cartas del tiempo argentinas permite deducir que la mayoría de los ciclones que pasan por el sur de nuestro país tienen una edad de unos 3 días. Teniendo en cuenta que el intervalo entre los mínimos barométricos en Río Gallegos y el subsiguiente mínimo en Orcadas es en término medio de 1 ½ días, su velocidad resultaría del orden de las 500 millas.



Isla de Pedro I hacia el NW

y a 5 millas _

FIG. 3.

Si por otro lado tomamos razón de que la velocidad de traslación es menor en los ciclones « jóvenes » que en los « viejos », podemos concluir, adoptando una velocidad media de 400 millas por día en los primeros 3 días de vida, que los ciclones polares, que se dejan sentir en nuestro país, se generan a unas 1200 millas al oeste del meridiano 70° y aproximadamente en la latitud de los 65° S.

La estimación anterior sugiere como zona de origen la que se extiende entre los meridianos 100° y 130° W y entre las latitudes 60° a 65° S (Fig. 1).

Una reconstrucción de las situaciones meteorológicas en el Pacífico Sur, basada en las cartas del tiempo de los días 19 a 22 de marzo de 1940 permite deducir la distribución aproximada de las presiones, vientos y frentes que se señalan en las figuras 4, 5, 6 y 7. Para facilitar los cálculos y hacer más exacta la reconstrucción nos hemos valido de las observaciones practicadas por el teniente Poch y nosotros a bordo del « North Star » y del « Bear », cuando formamos parte, en calidad de oficiales observadores argentinos, de la Expedición del almirante Byrd al continente Antártico durante el verano de 1940.

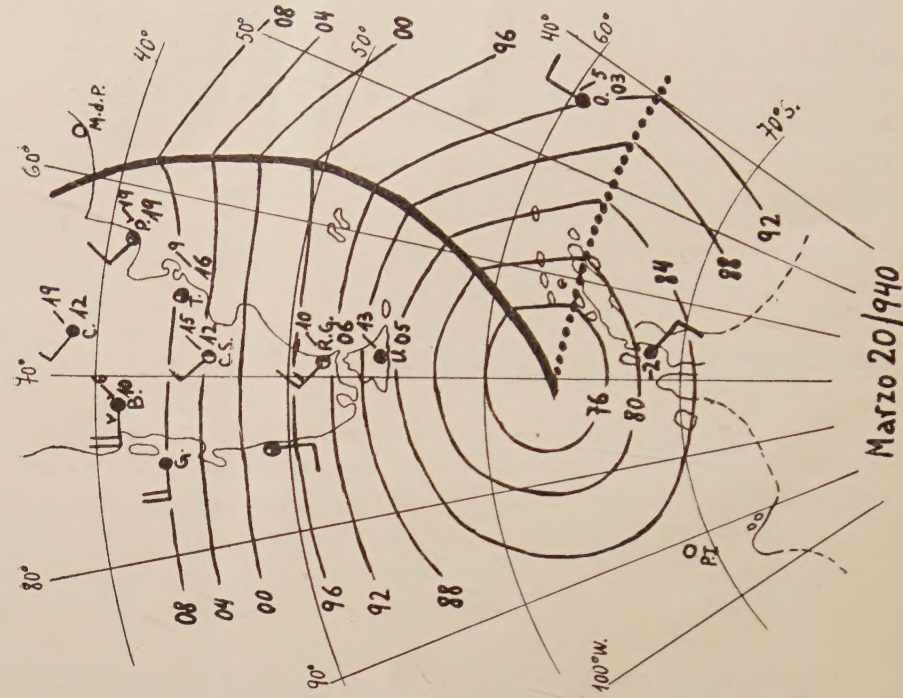

Marzo 20/940
M.d.P.
P.I.
100°W.
70°S.
40°
50°
60°
70°
80°
90°
08
04
00
96
92
88
84
76
80

Fig. 5.

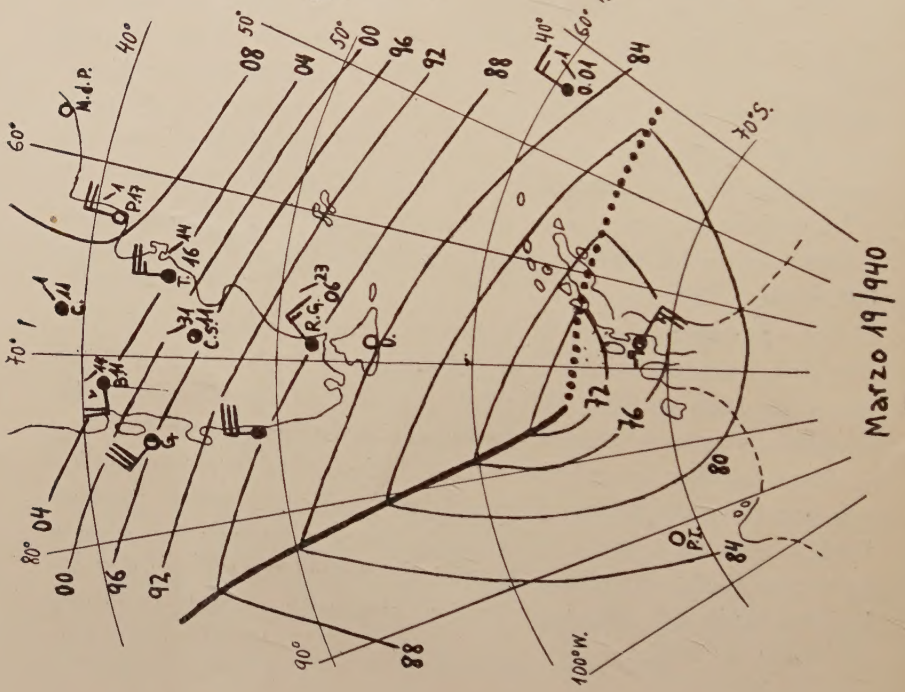

Marzo 19/940
M.d.P.
P.I.
100°W.
70°S.
40°
50°
60°
70°
80°
90°
08
04
00
96
92
88
84
80
76
72

Fig. 4.

Las cartas agregadas, como ya se dijo, han sido reconstruídas tomando en cuenta las observaciones efectuadas en B. Margarita y aguas adycentes. Hora de observación 0800, indicándose vientos, estados de cielo, tendencias, temperaturas, isóbaras y frentes.

En la correspondiente a marzo 19, puede notarse que si prescindimos de los datos de B. Margarita sólo sería posible dibujar algunas de las isóbaras del sector caliente que allí se muestra. La existencia de un ciclón polar que se acerca sería solo motivo de conjeturas, su ubicación incierta y el pronóstico del paso de un frente frío sobre la Patagonia no podría ser establecido con seguridad.

La adición de los informes obtenidos en B. Margarita permitió ubicar el centro de la depresión con bastante aproximación. Con ayuda de los datos de Orcadas pudo trazarse la situación del frente caliente. Aunque la determinación de la posición del frente frío es todavía aproximada, la precisión es mayor. Un resultado análogo se hubiera obtenido en caso de que las observaciones hubieran sido efectuadas en Pedro I.

En el caso del día 21, en el cual un frente frío aparece situado sobre la costa chilena, vale análoga observación para los informes de B. Margarita. El súbito mejoramiento del tiempo, el cambio del viento sur y el descenso de temperatura son síntomas suficientemente significativos de su paso, cosa que unida a los datos de la costa del Pacífico lo sitúan con precisión. Es de hacer notar que en la Carta del Tiempo de ese día, publicada por la Dirección de Meteorología, aparece parcialmente dibujado dicho frente.

Esto es perfectamente lógico, desde que la información era insuficiente para asignar un trazado completo de dicho frente frío.

Si hubiéramos dispuesto de una estación en la Isla de Pedro I hubiéramos podido, también, detectar el frente en cuestión, aunque probablemente con una anticipación mayor.

Ahora bien, la solución del problema no se alcanza con sólo puntualizar la utilidad de los datos obtenidos en dicha isla. Es necesario contemplar la posibilidad práctica de conseguirlos.

La faz financiera de la cuestión es fácilmente viable. Si se exceptúa el costo inicial de la instalación, su mantenimiento importaría una suma análoga a lo que se invierte anualmente en las Orcadas.

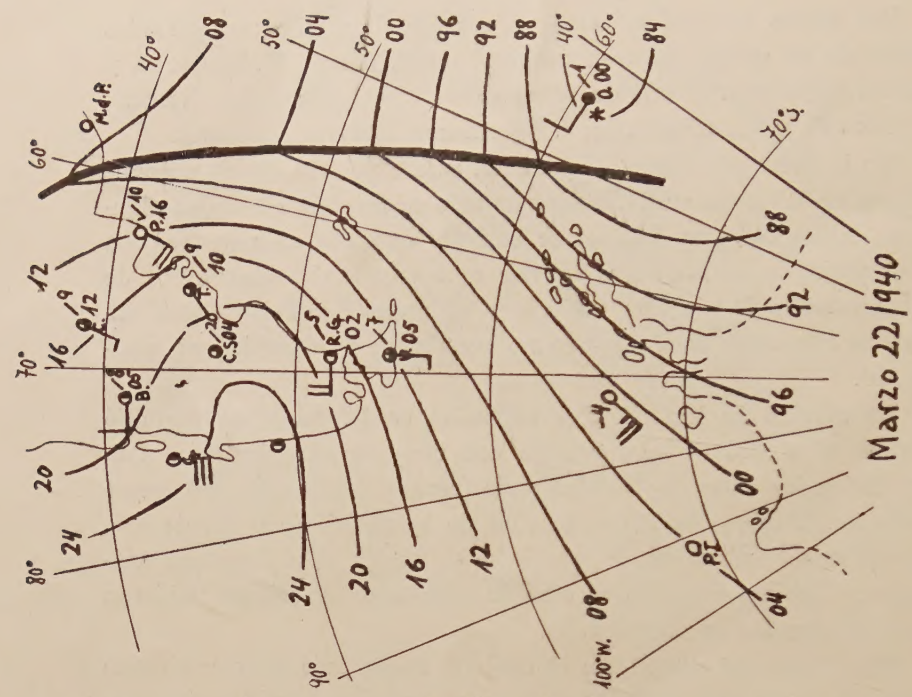
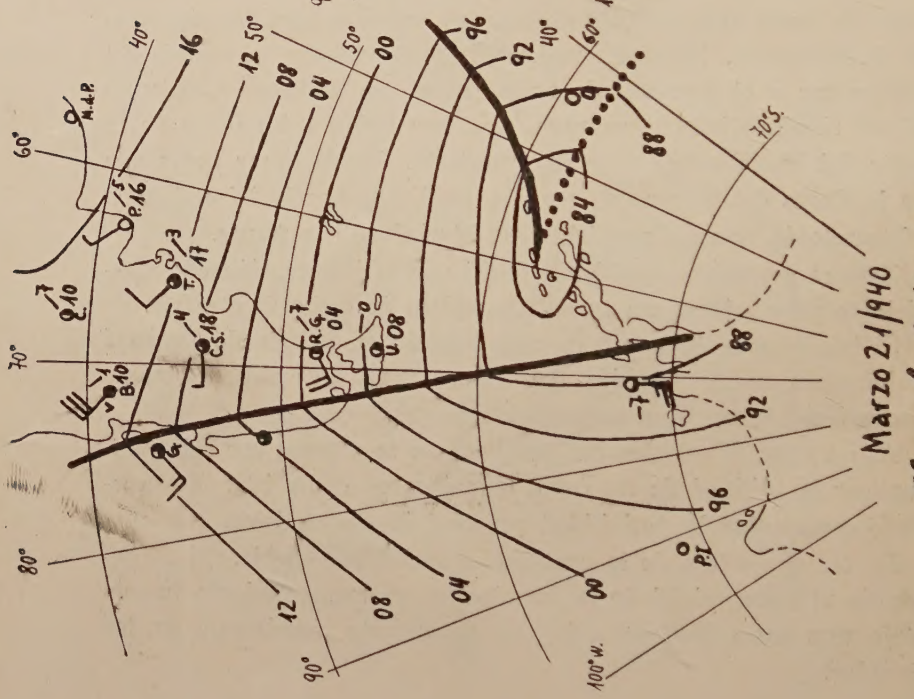


Fig. 7.



El nuevo frente parece ser independiente del ciclón que se aleja hacia el este.

Fig. 6.

En lo que respecta a la ejecución es necesario primero encontrar un seno, caleta o bahía, que permita el desembarco y que ofrezca abrigo al buque encargado de la maniobra. Para esto es necesario explorar.

Las operaciones, entonces, implicarían el envío de un buque con un avión embarcado a bordo. Este buque no necesita ninguna preparación para cortar o romper hielo, ni tampoco resistencia para soportar presiones en el «pack», porque el mar en proximidades de la isla indicada está por lo común libre de hielos en verano.

La misión del avión es explorar la isla y determinar las zonas en las cuales pueden efectuarse desembarcos.

La forma en que normalmente se ejecuta esta misión puede expresarse brevemente así: se provee al acompañante del piloto (observador), quien en general es el oficial de derrota, de un croquis ampliado de la zona, en nuestro caso isla a explorar, el cual se afirma a un tablero manuable. Mientras el aparato sobrevuela la costa se van marcando con lápiz, en el croquis, las diferencias que se observen en la línea costera, las piedras, restingas y arrecifes que constituyan obstáculos para la navegación. Las rocas sumergidas son fácilmente visibles en los mares antárticos, cuando hay calma, debido a la notable transparencia del agua. La altura de vuelo más conveniente oscila entre 100 y 150 metros.

Simultáneamente con la tarea anterior, se procede a obtener fotografías que luego servirán para verificar y completar las anotaciones efectuadas. Estas fotografías se revelan a bordo, para lo cual debe disponerse de cámara oscura y gabinete.

Una vez recogido el avión, si del estudio de las acotaciones realizadas en el croquis surgiera la posibilidad de entrar en algunas de las caletas de la isla, el buque se dirige a ella actuando como asesores el oficial de derrota y el piloto del avión.

Conviene hacer notar que la maniobra de echar al agua al avión, en el caso que estudiamos, se verá dificultada por el hecho de que deberá realizarse en el mar, en razón a la gran distancia que se encuentra la isla desde los puertos conocidos de la Tierra de Graham. Esto implica buscar una región abrigada del oleaje y tiempo bueno durante la operación, es decir, la realización de un adecuado pronóstico meteorológico.

Las condiciones que debe reunir la bahía o caleta elegida para el desembarco son:

1º) Ofrecer un buen tenedero a las anclas del buque, con profundidades menores de 30 brazas.

2º) Protección contra el mar y los vientos dominantes.

3º) Que se disponga de un desembarcadero apto y protegido para lanchas y de ser posible una playa donde sea factible varar.

4º) Que el viaje entre el buque y la playa sea relativamente corto y por aguas tranquilas.

Desde el punto de vista meteorológico, el lugar elegido para instalar la estación debe ser tal que las observaciones que se practiquen sean representativas de las condiciones generales del tiempo que en cada instante reine en la región. Esto es, no estar influenciadas por factores microclimáticos.

Es particularmente importante que las observaciones de viento sean representativas. En efecto, debe tenerse en cuenta que la zona antártica se caracteriza por poseer « plafonds » bajos y por sus nieblas, es decir, que no es conveniente contar con los globos pilotos para determinar la circulación del aire en las capas próximas a la superficie; por esta razón, y considerando que dicha estación se encontrará a muy grande distancia de las más próximas que serían las ubicadas en la Tierra del Fuego, la dirección del viento será casi el único medio para fijar la demora de las depresiones y anticiclones, es decir, representará uno de los datos más útiles para el pronóstico en la región austral de Sud América.

Una ubicación tal como la señalada plantea un problema colateral referente al emplazamiento de la casa-habitación. Dicha casa debe estar protegida contra los temporales más comunes en la zona (los del este) y al mismo tiempo no lejos de la casilla meteorológica. Esto implica estudiar con cuidado las condiciones del terreno, en especial para mantener la casa relativamente protegida contra excesivas acumulaciones de nieve en el invierno.

Otro punto a considerar es el del observatorio magnético. Los datos magnéticos que podrían obtenerse en tal lugar serían de incomparable importancia, el meridiano de esta isla corre por sobre el océano Pacífico, totalmente desierto de tierras en las latitudes

sur y, con las islas Orcadas, constituirían los únicos observatorios de tal índole instalados en la región antártica. Las personas especializadas en esta rama científica podrán apreciar mejor que nosotros el valor de la información que allí podría obtenerse.

Sin embargo, cabe hacer notar que es necesario que el terreno sea apto para esta clase de observaciones y nosotros no disponemos aún de información al respecto.

Pasando ahora a las características de la casa-habitación, debemos dejar constancia sobre la valiosa ayuda que nos ha proporciondo a este respecto el señor José M. Moneta, con vasta experiencia de vida en las Orcadas, sitio donde estuvo destacado por períodos que en total suman cuatro años.

Entre otros detalles, los elementos de que debe disponer el personal observador incluyen los siguientes:

1 edificio para casa habitación.
1 edificio para observaciones magnéticas.
1 galponcito de 5×5 metros.

CONDICIONES GENERALES DE LAS CONSTRUCCIONES

a) construcción totalmente de madera dura.

b) paredes exteriores formadas por dos tabiques separados entre sí 10 cm aproximadamente. El huelgo debe ser rellenado con aserrín o viruta de corcho.

c) tabiques interiores simples.

d) forro exterior de la casa hecho con dos capas de « ruberoid » y luego pintado de anaranjado para una mejor visibilidad sobre el fondo nevado.

e) techo a dos aguas para evitar la deposición de la nieve, construído en dos capas de madera superpuestas, sin huelgo entre ambas, forradas con dos capas de « ruberoid » y pintado del mismo color que las paredes.

f) piso de la casa hecho de madera en forma análoga a las paredes exteriores, apoyado sobre listones y separado del terreno entre 30 y 50 cm (construcción análoga a la empleada por los norteamericanos en Bahía Margarita). Debe ser provisto de protección

lateral de madera y una pared de carbonilla cerrada por un cinturón de pilca de piedra.

g) calefacción por medio de estufas a carbón, y descarga a la atmósfera previo recorrido convenientemente largo del tubo por el interior del edificio.

h) ventilación por medio de tuberías con cierre a guías comandadas y sombrerete exterior acodado orientable.

i) cocina del tipo « económica a carbón » y provista de un tanque para derretir hielo de 1500 a 2000 litros de capacidad. Conviene que la cocina tenga una tubería para proveer agua caliente a la bañera con un dispositivo automático de vaciado de la tubería.

j) baño y W. C. La tubería de provisión de agua caliente de la cocina a la bañera debe tener un dispositivo de vaciado automático para evitar la formación de hielo que podría romperla. El desagote de la bañera al exterior debe terminar al ras de la pared para evitar análogo inconveniente.

Como W. C. se usará un balde o mejor aún una lata, la cual una vez colmada será llevada al exterior y arrojada al mar o bien depositada sobre el hielo marino. No es conveniente el empleo de inodoros con tanque de descarga debido al peligro de congelación de tuberías, así como al hecho de que la de eyección al exterior se congelará en invierno impidiendo el uso del mismo.

CALEFACCION Y VENTILACION

a) La calefacción debe ser a carbón. La estufa del salón hará su descarga a la atmósfera mediante un conveniente recorrido del tubo que pasará por el techo de los dormitorios. La estufa de la estación RT debe ser pequeña y su descarga pasará por los cuartos de motores y acumuladores. El tiraje de la cocina se hará por una tubería que pase por el baño.

b) La ventilación debe ser muy buena en todos los locales y dividida en tres circuitos por lo menos, uno comprendiendo el salón y los dormitorios, otro para acumuladores y motores y el tercero para despensa, cocina, carbonera y baño. En el primer circuito y en la cocina cada local será provisto de cierre independiente.

ESTACION RADIOTELEGRAFICA Y SERVICIO DE ILUMINACION

a) un transmisor de *AF* y *BF* para telegrafía y telefonía de 1 a 1,5 kilowatts y otro de emergencia.

b) dos receptores, de *AF* y *BF*.

c) un generador para 110 volts c/c y su correspondiente motor diesel.

d) una batería de acumuladores de 110 volts con vasos de repuesto (80 a 100 amperes hora).

e) circuito de iluminación para 110 volts con cables bajo plomo.

f) faroles para iluminación de emergencia y linternas eléctricas.

EMBARCACIONES, CHIGRES Y VARADEROS

a) Una lancha a motor diesel liviana, insumergible, con protector para hélice, provista con lomo de ballena y un aparejo de vela. La circulación del agua debe preverse en forma tal de poder hacer un circuito cerrado al iniciarla, y además, con calentador de cabeza de los cilindros.

b) Un bote salvavidas con lomo de ballena de lona, motor portátil a magneto, aparejo de vela y remos. Peso vacío: unos 200 a 250 kilos.

c) Un chigre a mano con multiplicación suficiente como para echar a tierra la lancha a motor.

CONCLUSIONES

En lo que antecede hemos tratado de puntualizar la utilidad que, desde el punto de vista meteorológico, podría tener para nosotros la información recogida en la isla de Pedro I, ubicada en la Mar del Bellinghaussen en la región antártica. De lo visto se desprende que aunque su ubicación no es la ideal, pues se encuentra bastante más al Sur de lo deseable, es posible que representase una importante ayuda para redactar pronósticos de tiempo, en especial para la región patagónica, tanto la chilena como la argentina.

Se ha indicado también, en forma breve, cómo pensamos que deben encararse las tareas previas de exploración, las condiciones a

exigir a la instalación del observatorio, los detalles hidrográficos y marineros deseables, algunos de los elementos más importantes con que debe contar el personal destacado y las características generales de las construcciones.

Estimamos también que sería considerable el aporte científico de las observaciones magnéticas que se practicaran en dicho lugar, pero aquí cedemos la palabra a otras personas más autorizadas que nosotros para hablar en tal sentido.

Marzo de 1945.

LA TURBA, COMBUSTIBLE COMPLETO

(Antecedentes en las Islas Malvinas)

POR

BENJAMIN BACAL

Darwin, en su viaje alrededor del mundo, tocó las Islas Malvinas, en la primera quincena de marzo de 1833. Más tarde escribe sobre el clima frío de la región, su humedad y vientos, y agrega que en casi todas partes la isla presenta el aspecto de una llanura ondulada cubierta frecuentemente por una vegetación acuática que forma un suelo elástico, dando como resultado de la concurrencia de los fenómenos naturales y climáticos, la formación de terrenos con depósitos de turba. Y en efecto la Turba existe en abundancia en las Islas Malvinas. No así la leña, el carbón u otros combustibles, cuya carencia es absoluta, circunstancia que deja a los pobladores un único recurso: la Turba como reemplazante de otros combustibles.

Este antecedente se encuentra estrechamente relacionado con la existencia de grandes despósitos de este material en las provincias y territorios del país cuyo empleo es perfectamente practicable, razón por la cual he buscado penetrar ampliamente en el conocimiento de la forma en que se realiza su extracción y empleo, como también los resultados prácticos que se obtienen llevado por el firme propósito de demostrar, una vez más, que tenemos una riqueza dormida que podría solucionar en gran parte el grave problema de la carencia de combustibles y evitar al mismo tiempo que siga la destrucción de los bosques, que trae aparejada la erosión de los suelos y otros males.

De algunos de los pobladores de las Islas he obtenido informes y explicaciones muy completos referentes a este aspecto especial y de los que paso a ocuparme.

Las turberas se encuentran a flor de tierra y a variable profundidad. En muchas partes alcanza a 3 metros.

La turba se empieza a extraer — operación que denominan « cortar » — aproximadamente a mediados de octubre y se prolonga hasta diciembre. En el caso de no haber lluvias o heladas tardías, algunos pobladores siguen la explotación hasta fines de febrero.

La lluvia y las heladas son factores a los que se presta especial atención, pues si sobre la turba cortada en panes cae una helada fuerte, queda casi perdido el efecto de combustión, porque el agua que contiene se hiela y dilata fuertemente dejándola sumamente esponjosa y ya en ese estado difícilmente llega a secarse. La lluvia caída sobre los panes recién cortados, reduce notablemente su poder calorífico.

En Puerto Stanley cada poblador tiene asignado por la autoridad comunal un yacimiento o depósito de turba y no paga ningún derecho por esta concesión.

En cuanto a la forma de proveerse de la turba, me han explicado dos procedimientos que se acostumbra a seguir:

a) El propio dueño de la casa se levanta temprano y « corta » la turba antes de ir a su trabajo, o bien lo hace por las tardes. También realizan esta tarea los domingos, feriados y sábados por la tarde. Si su casa no tiene muchas dependencias extrae un mínimo de 150 metros cúbicos; si sus necesidades son mayores por tener una casa grande, extrae todo lo que puede sacar, siendo costumbre que los parientes y amigos se ayuden entre sí.

b) También existen contratistas que poseen tropas de carros y camiones y que se ocupan de extraer y transportar el producto a la casa del interesado. El pago se calcula por el número de camionadas o carradas de turba seca en panes que han sido entregadas. También cortan la turba en los terrenos asignados al dueño de casa, pero generalmente lo hacen en sus propias turberas pues ellos también tienen acordados yacimientos por los que no pagan derecho alguno.

CÓMO EMPIEZA EL CORTADOR UNA NUEVA TURBERA

Primero la marca con dos líneas paralelas separadas, más o menos, por un metro de distancia; luego marca líneas transversales entre las paralelas separadas entre sí por 9 a 12 pulgadas quedando así marcado el terreno en el cual se dispone a cortar la turba. Utiliza en esta operación una pala cuadrada de acero, sin hombreras.

Una vez marcado el turbal, el cortador abre la superficie hasta un metro de profundidad y empieza el corte de los panes. Embica la pala verticalmente trazando tres marcas verticales entre los dos bordes de la superficie, luego la embica horizontalmente por la base de los pastos que cubren la turbera propiamente dicha. De este modo saca cuatro panes de la superficie que serán más o menos de 9 por 9 por 4 ó 5 pulgadas. Estos panes los coloca a un lado. Comienza ahora a cortar y sacar panes más o menos cúbicos, aproximadamente de 9 pulgadas por dimensión. En resumen ha extraído los panes de la superficie.

Manejar la pala para cortar los panes es fácil, porque la turba es blanda como una jalea de chocolate, pero cada pan pesa algunos kilos y queda algo adherido a la pala, siendo necesario que sea gente ya acostumbrada para sacar los panes en su lugar sin que se deshagan.

A medida que el cortador avanza dentro de la zanja « pavimenta » el fondo con los panes sacados de la superficie, es decir con los primeros que contienen los pastos y hierbas.

El hecho de recubrir el fondo de las zanjas en la forma explicada tiene varios fines: 1º - Formar una capa sobre la cual el cortador puede caminar sin enlodarse con la turba blanda. 2º - Después de algún tiempo puede entrar un carro, y finalmente proteje las capas inferiores de la lluvia y de las heladas.

Una vez que ha extraído la cantidad que se ha propuesto, abandona esa zanja hasta el año siguiente, siguiendo entonces los cortes a cada costado y siempre en franjas de más o menos un metro de ancho por uno de profundidad. Cuando la zanja tiene unos 8 ó 10 metros de ancho y siempre que el turbal tenga suficiente profundidad, se abre una nueva zanja en el centro y se prosigue así la

operación, ya sea por los costados o por la faz en franjas o en escalones de un metro por un metro.

Cuando hay dificultad para sacar a pala los panes cortados, se emplea una carretilla en la que se transportan hasta un lugar cercano donde se distribuyen sin amontonarlos para facilitar la desecación. Los panes así distribuidos se asemejan a porciones de flan o de jalea de chocolate, pues contienen de 70 a 80 % de agua, la que puede desaparecer por evaporación si hay suficiente sol y viento.

(Foto original)

Vista general de una turbera en las Islas Malvinas donde pueden apreciarse los cortes del yacimiento, así como los panes extraídos y apilados en conos para su secado.

En estas regiones el sol influye poco, pero como los vientos nunca faltan, a los pocos días cada pan de turba forma una costra y se puede apreciar que los panes se achican. Cuando la costra es suficientemente fuerte, el cortador los almacena en forma de pequeñas pirámides o conos que presentan aberturas que aceleran el proceso de evaporación.

Por lo general, lo que se ha cortado en el mes de octubre está listo para llevarlo a las casas más o menos a fines de diciembre.

Cuando comienza el acarreo se llevan primero los trozos superiores de los primeros conos y los demás panes se dan vuelta, haciendo nuevas pirámides o conos para que se sigan secando. Los panes en

condiciones de acarreo contienen todavía un 20 a un 25 % de humedad.

Si los panes de turba no se han secado suficientemente como para poder transportarlos a las casas (corte tardío), se apilan en conos sobre la misma turbera. Se hacen estos conos con un diámetro aproximado de 2 ½ metros y con una altura también aproximada de 2 ó 2 ½ metros. Su forma exterior debe ser completamente lisa y compacta para que la nieve y las lluvias no penetren.

En la primavera siguiente se abre un boquete hacia la dirección de los vientos más constante, y de esta forma al cabo de poco tiempo estos panes, que han invernado a la intemperie, pueden ser llevados a las casas.

El período crítico de la extracción de la turba comprende los días que median entre el corte y la formación de la primera costra. Este período puede ser de 2 a 5 días según la intensidad del sol y los vientos que prevalezcan. Una vez formada la costra, ni las heladas ni las lluvias pueden ocasionar daños, salvo que sean excesivamente fuertes y frecuentes.

EL USO DE LOS PANES DE TURBA EN LAS CASAS, ESTANCIAS, ETCETERA

La turba en condiciones para su uso como combustible se deposita en galpones cercanos a las casas. Cada mañana el dueño de casa, su mujer o sus hijos van al galpón y llenan recipientes con trozos de turba despedazada. Si no hay trozos menudos, parten panes utilizando un hacha. Por lo general estos recipientes son tachos vacíos de kerosene, que se distribuyen por los distintos lugares de la casa donde hay estufas (cocina, hall, comedor, etc.).

Cada casa tiene un galpón especial donde se depositan los panes de turba bajo techado para su resguardo de la lluvia y la nieve, pero las paredes o los costados de dicho depósito son de listones de madera para que los vientos continúen su obra de evaporación de la humedad.

Para prender el fuego, se hace como en todas partes: se colocan en el fondo trozos de papel, sobre ellos unos pedacitos de madera, encima pequeños trozos de turba bien seca y por último, sobre todo ello, trozos más grandes.

Durante el invierno todas las estufas de la casa están encendidas, produciendo una temperatura muy agradable en el interior, mientras la nieve, la lluvia y los vientos azotan ruidosamente el exterior.

Las cenizas y el polvo que queda en el galpón se emplean como abono para los terrenos donde la horticultura y floricultura cobran día a día más incremento.

A continuación consigno el resultado de algunos análisis de turba:

Muestra Nº 1. — Turba fibrosa, color marrón. Esta calidad de turba es principalmente usada como lecho, para uso de los establos, en lugar de paja, por su gran poder absorbente y antiséptico, y porque una vez empleada durante algún tiempo constituye mejor abono que los lechos de paja:

Ceniza	2.71 %
Humedad	11.13 %
Materia volátil	57.26 %
Carbón fijo	28.90 %
	100.00 %
Poder calorífico	4.728.

Muestra Nº 2. — Turba color negro (extraída de una profundidad de 2 ½ metros). Todavía se notan pequeños restos de plantas de estructura muy antigua, mezcladas con mucha tierra y arena, que se califica como *turba terrosa*:

Ceniza	6.52 %
Humedad	31.29 %
Material volátil	35.39 %
Carbón fijo	26.80 %
	100.00 %
Poder calorífico	4.241.

De buen resultado como fertilizante.

Muestra Nº 3. — Turba de color negro. Muestra obtenida de una profundidad de 3.50 hasta 4 metros. La turba contenía pequeños restos de plantas, muy reducidos como en la muestra Nº 2.

Analizado para uso de fertilizante no ha dado resultado, por el escaso contenido en potasio, ácido fosfórico y nitrógeno.

Ceniza	2.72 %
Humedad	37.23 %
Materia volátil	39.17 %
Carbón fijo	20.88 %
	100.00 %

Poder calorífico . . . . . 4.033.

Queda perfectamente demostrado por cuanto antecede, que los grandes yacimientos de turba que existen en muchas de las provincias y territorios de la República Argentina constituyen una riqueza incalculable por su provechosa aplicación en la agricultura y en la industria, así como por su utilización como combustible para el uso doméstico e industrial.

NOTA DE LA DIRECCIÓN: Las turberas de la región sud de la República han sido ya estudiadas hace más de cuarenta años, lo mismo que su valor económico, que es muy relativo, dada su distancia a los puntos de posible consumo en gran escala. Entre otras, son de provechosa consulta, las siguientes obras:

Generalidades y datos sobre métodos para explotación de turberas, por el Ing. Fernando de Pedroso, 1918.

Tierra del Fuego y sus turberas, por el Dr. Guido Bonarelli, 1917.

Los depósitos de turba de Tierra del Fuego, por José Román Guiñazú, 1934.

TRILOBITES SILURICOS DE MENDOZA

POR

CARLOS RUSCONI

I

Durante mis viajes por la zona de San Isidro realizados desde 1937, había observado calizas y otras rocas paleozoicas que presentaban indicios de organismos pero debido al tiempo y a las investigaciones de otro orden, no me ha sido posible concentrarme en las búsquedas de aquellos seres. Mas, recientemente, han sido donados al Museo algunos fragmentos de trilobites y en vista de ello decidí el viaje el 26 de marzo del presente año orientado hacia los lugares que visitara antes y allí pude reunir con la ayuda de un empleado del Museo, y del señor Moreno, numerosos fragmentos de rocas que contenían restos de trilobites.

Aun cuando el estudio de las rocas del lugar ha de ser tema del futuro, he creído conveniente dar la presente noticia de la alta antigüedad de algunos de esos afloramientos en base al estudio paleontológico, por el cual revela que en la zona de San Isidro, si bien no es posible por ahora sostener la existencia de rocas cámbricas, por lo menos corresponderían al Ordovicio o sea el silúrico inferior.

II

Orden: PTYCHOPARIDA Richter
Fam. OLENIDAE Burmeister
Gen. PLESIOPARABOLINA Harrington

Plesioparabolina mendozana, n. sp.

Tipo: Trilobita casi completo desprovisto de la parte anterior del céfalo y de las puntas genales, nº 2091 del Dep. de Paleontología (invertebrados, Museo de Historia Natural de Mendoza.

Localidad: A 500 metros al Oeste de la Estancia San Isidro, Dep. de Las Heras y a unos 18 kilómetros de la ciudad de Mendoza.

Horizonte: Ordovicio (silúrico inferior ?).

Cefalo. — De forma semiesférica. Limbo más convexo adelante y más recto hacia atrás. Angulos o espinas genales relativamente prolongadas llegando casi a la mitad de la longitud del tórax. Surco posterior del céfalo bien marcado y excavado.

Glabela. — Relativamente alargada con tres pares de surcos laterales pero no pronunciados en la zona axial o eje de la glabela. El par de surcos posteriores menos acentuados que los anteriores. Ojos no muy bien definidos por el estado de la pieza. En las mismas condiciones se encuentra el lóbulo palpebral. Las mejillas poco aparentes.

Tórax. — Con 12-13 segmentos. Los anillos axiales muestran la faceta articular bien denifida y de contorno cónvaco hacia adelante. Las pleuras con surco central ancho y terminan casi a las nacientes de las espinas. Las espinas cortas y dirigidas oblicuamente hacia afuera y atrás.

Pigidio. — Provisto de 4-5 segmentos siendo el último anillo (pigaxis), muy reducido. Borde posterior semiesférico y en derredor un surco marginal que es donde terminan los surcos laterales originados en cada uno de los segmentos axiales. El raquis, en general, va disminuyendo de anchura desde adelante hacia atrás. Las magnitudes de la pieza tipo más su reconstrucción parcial hecha en base a otros ejemplares, es la siguiente:

Longitud total aprox.	28,	mm.
Céfalo		
Anchura aproximada	19,	»
Longitud de la glabela (aprox.)	8,	»
Ancho de la glabela	4,5	»
Tórax		
Longitud	16,5	»
Ancho proximal del raquis (axotórax)	4,2	»
Ancho distal del mismo	2,5	»
Pigidio		
Longitud	5,0	»
Ancho máximo	8,2	»
Ancho del pigaxis	1,5	»

En la colección del departamento de Paleontología existen ahora numerosos trozos de rocas recogidos en el citado viaje, que tienen fragmentos de distintas partes del cuerpo de estos animales marinos y pertenecientes a individuos jóvenes y adultos. Llevan los números desde 2086 a 2159 P. v. La pieza 2161 corresponde a un trilobite un poco más grande que el ejemplar tipo y además, parecería tratarse de una forma distinta.

La nueva especie semeja a *Plesioparabolina proparia Harrington*, descripta por este autor en p. 133 (lám. I, fig. 1) (1) del Tremadociano ?, Ordoviciano inferior de la provincia de Salta; pero esa especie es tres veces más pequeña que la nueva forma de Mendoza y además, resulta ser proporcionalmente un poco más ancha.

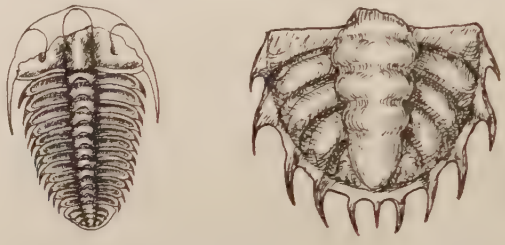


FIG. 1. — *Plesioparabolina mendozana* n. sp., nº 2091 (tipo). Mus. Hist. Natural, Mendoza. FIG. 2. — *Olenoides incertus* n. sp., nº 2160, col. M. H. N. Mendoza.

Igualmente observo bastante similitud con *Ptychoparia antiqua* (Salter) del cámbrico medio ilustrada por Chamberlin (2), pero en esta especie las puntas genales son cortas y el limbo más extenso hacia adelante de modo que hay mayor espacio entre el borde anterior de éste y el borde más avanzado de la glabela.

Por la vinculación morfológica que *P. mendozana* tiene, por una parte con *P. proparia*, y por la otra con *Ptychoparia antiqua*, revela que el terreno donde procede la nueva especie debe corresponder, por lo menos, al silúrico inferior, y con más duda al cámbrico superior. Mi suposición está ratificada además, por la presencia de otro trilobite que describo más abajo, y el cual parece vinculado a especies del cámbrico medio y superior.

(1) HORACIO J. HARRINGTON y A. F. LEANZA. — *Sobre algunos trilobites nuevos o poco conocidos del ordovicio argentino*, en « Rev. Museo de La Plata », vol. II, sec. Paleontología, pp. 131-141, La Plata, 1942.

(2) THOMAS C. CHAMBERLIN and R. D. SALISBURY. — *Geology*, vol, II, p. 281, 118,*c*, New York, 1906.

Fam. MESONACIDAE Walcott
Gen. OLENOIDES Meek

? Olenoides incertus n. sp.

Tipo: Pigidio completo, nº 2160, col. Paleontológica (Inv.) del Museo de Historia Natural de Mendoza.

Localidad: Idem a la especie anterior. Horizonte geológico igual.

Es el único fragmento conocido; el raquis se halla parcialmente destruído; posee cinco segmentos divididos por un surco poco aparente. El pigaxis parece ser alargado.

Los surcos laterales son anchos, profundos y terminan en el surco marginal el cual se extiende en derredor del pigidio.

La especie difiere de varios géneros consultados como *Paradoxides bohemicus* Boeck, del cámbrico medio; *Olenellus cingulata* Billing; *Mesonacis vermontana* Hall, del cámbrico inferior; *Holmia Kjerulfi* Linnarson, del cámbrico; *Paradoxides spinosus* Boeck, del cámbrico. En cambio, tiene bastantes afinidades con *Olenoides Curticci Walcott* del cámbrico medio, ilustrado en la obra de Chamberlin (p. 298, fig. 127 *b*). Pero esta especie posee espinas caudales más largas que las laterales y además, por la carencia aparente del surco marginal del pigidio y la poca profundidad y anchura de los surcos laterales que irradian del raquis.

Mendoza, 29-III-1945.

SEMINARIO MATEMATICO « DR. CLARO C. DASSEN » (1)

(Conclusión de la reseña relativa a las sesiones celebradas en 1944)

En la sesión del 14 de agosto el Dr. Biggeri además de dar a conocer varias propiedades nuevas sobre las funciones enteras

$$G_n(z),$$

relacionadas con el último teorema de Fermat, introducidas por él en la sesión del 17 de julio ppdo., señala algunas relaciones, halladas por el Dr. Biggeri, de dichas funciones enteras con los conocidos resultados de G. Sirvint sobre las series asintóticas de Dirichlet, resultados que es fácil extender a las integrales asintóticas.

En la sesión del 21 de agosto el Dr. Biggeri expuso un breve resumen de una serie de resultados originales que obtuvo sobre la trascendencia de una función dada por su desarrollo tayloriano, respecto del « conjunto de funciones expresables, en forma finita, mediante funciones prefijadas, y, combinadas éstas arbitrariamente ».

Es bien sabido lo que se extiende por « funciones expresables elementalmente ». Ahora bien, el Dr. Biggeri emplea las siguientes locuciones: « funciones expresables elípticamente », « funciones expresables elíptica-elementalmente », « funciones expresables fuchsianamente », « funciones expresables fuchsiana-elementalmente », etc., etc.

Es bien claro el sentido de estas locuciones del Dr. Biggeri. En efecto, indiquemos con (α) un cierto tipo de funciones analíticas. Se entiende por « funciones expresables (α)-mente », según el Dr. Biggeri, o bien, por « funciones expresables, en forma finita, mediante las funciones (α)», todas las (infinitas) funciones que se obtienen sometiendo las funciones (α) y sus iteradas de cualquier orden, a las operaciones elementales, combinadas arbitrariamente

(1) Ver A. S. C. A., Marzo 1945, Entrega III, tomo CXXXIX, pág. 130.

en forma finita, por complicada que sea la combinación. El Dr. Biggeri obtuvo una serie de teoremas que constituyen condiciones necesarias para que una función analítica dada por su desarrollo de Taylor en un punto, sea « expresable, en forma finita, mediante las funciones (α)», siendo (α) un cierto tipo de función o de funciones analíticas, previamente fijadas. El Dr. Biggeri toma como funciones (α), las funciones elementales, luego las funciones elípticas, las funciones fuchsianas, las trascendentes de Painlevé, las trascendentes de Picard, las funciones de Bessel, el logaritmo-integral, la función zéta de Riemann, etc., etc. En otras palabras, de estos teoremas del Dr. Biggeri surgen condiciones suficientes para que una función analítica « no sea expresable, en forma finita, mediante las funciones (α)». De estos teoremas deduce el Dr. Biggeri, varias propiedades sencillas y útiles. He aquí, algunas consecuencias de esta categoría de teoremas del Dr. Biggeri.

Teorema 1º) *Sea*:

$$P(x)\ ,$$

un polinomio entero en x, de coeficientes enteros, tal que posea, por lo menos, una raíz real e irracional o una raíz compleja no-real.

En tal hipótesis, toda función entera del tipo:

$$f(z) \equiv \sum_{n=r}^{\infty} \frac{1}{[P(n)]\,!} \cdot z^n\ , \qquad [1]$$

no es expresable elementalmente.

(El número r que figura en la [1], es un número natural arbitrariamente fijado, mayor que el módulo máximo de las raíces del polinomio $P(x)$).

Como $f(z)$ definida por [1] no es expresable elementalmente, todas las primitivas, de cualquier orden, de dicha función $f(z)$, tampoco son expresables elementalmente; y, el Dr. Biggeri, prueba también, que esta propiedad se verifica para todas las derivadas de $f(z)$, a saber: *las derivadas de todos los órdenes, de la función entera $f(z)$, definida por* [1], *no son expresables elementalmente.*

Este teorema es un caso particular del siguiente teorema del Dr. Biggeri.

Teorema 2º) *Sean*:

$$\alpha_n\ ,\quad \gamma\ ,\quad \beta_n\ ,$$

números enteros primos entre si, tales que: β_n *es divisible por*

$$an^2 + bn + c,$$

siendo a, b, c, números enteros, con la condición

$$b^2 - 4ac < 0,$$

ó bien, con la condición

$$0 < b^2 - 4ac$$

no es cuadrado perfecto; y:

$$\overline{\lim_{n \to \infty}} \sqrt[n]{\left| \frac{\alpha_n}{\beta_n} \right|} \quad \textit{es finito.}$$

En tales hipótesis, toda función, (y, por lo tanto, todas sus primitivas sucesivas), (así como todas sus derivadas, de cualquier orden), del tipo:

$$\sum_{n=r}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\beta_n} \cdot z^n,$$

siendo r un número natural convenientemente fijado, no es expresable elementalmente.

Este último teorema es generalizado, por el Dr. Biggeri, al caso en que α_n y β_n son números reales o complejos, imponiendo ciertas condiciones, para lo cual emplea ciertas propiedades de los cuerpos numéricos.

En los teoremas 1º) y 2º), que se acaban de consignar, el Dr. Biggeri supone que los coeficientes del polinomio $P(x)$, así como α_n y β_n son enteros, para simplificar la exposición de estos resúmenes.

En la sesión del 28 de agosto el Dr. Biggeri da a conocer un teorema original sobre la teoría de los números primos. Tal teorema se refiere a sucesiones n-uplemente infinitas, (siendo n un número natural arbitrariamente fijado), que contienen infinitos números primos.

El célebre teorema de Dirichlet (el de la progresión aritmética) constituye, como es evidente, una generalización simplemente infinita de la siguiente propiedad elemental: existen infinitos números

primos. Ahora bien, el teorema aludido del Dr. Biggeri constituye generalizaciones múltiplemente infinitas, con órdenes de multiplicidad arbitrariamente fijados, del teorema de Dirichlet y de la elemental propiedad recién recordada.

Asimismo, dicho teorema del Dr. Biggeri encierra como un caso muy particular a un clásico resultado de Tchebycheff.

Como corolarios sencillos e interesantes de tal teorema del Dr. Biggeri se pueden citar, entre muchísimos otros, los siguientes:

1º) *Sean*:

$$p \ , \quad y \ , \quad \alpha \ ,$$

números enteros y positivos arbitrarios, con la condición: existe un número natural positivo, h, tal que:

$$(7\,\alpha + h)^{2p} + \alpha \ ,$$

es primo.

En tales hipótesis, en la sucesión:

$$\{n^{2p} + \alpha\} \ , \quad (n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots) ,$$

existen infinitos números primos.

2º) *Sean:*

$$p \ , \quad y \ , \quad \alpha ,$$

números enteros y positivos arbitrarios, con la condición: existe un número natural positivo, h, tal que:

$$(5\,\alpha + h)^{p} - \alpha \ ,$$

es primo.

Con tales hipótesis, en la sucesión:

$$\{n^{p} - \alpha\} , \ (n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots),$$

existen infinitos números primos.

3º) *Sean*

$$p \ , \quad y \ , \quad \alpha \ ,$$

números enteros y positivos arbitrarios, con la condición: existe un número natural positivo, h, tal que:

$$\frac{(13\,\alpha + h)^{1+2p} + \alpha^{1+2p}}{14 \,.\, \alpha} ,$$

es primo.

En tales hipótesis, en la sucesión:

$$\left\{ \frac{n^{1+2p} + \alpha^{1+2p}}{n + \alpha} \right\}, \quad (n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots),$$

existen infinitos números primos.

4º) *Sean:*

$$p,$$

un número entero y positivo arbitrario, y:

$$\alpha > 0, \quad \beta, \quad \gamma,$$

números enteros, con la condición: existe un número natural positivo, h, ($h \geqq \varrho + 2$, siendo ϱ el módulo máximo de las raíces de la ecuación: $\alpha . n^{2p} + \beta . n^p + \gamma$), tal que:

$$\alpha . h^{2p} + \beta . h^p + \gamma,$$

es primo.

Con tales hipótesis, en la sucesión:

$$\{\alpha n^{2p} + \beta n^p + \gamma\}, \quad (n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots),$$

existen infinitos números primos.

5º) *En la sucesión:*

$$\{n^7 + 5n^6 + 3n^5 + 2n^4 + 10n^3 + 7n^2 + 8n + 597\},$$
$$(n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots),$$

existen infinitos números primos.

6º) *En la sucesión:*

$$\{12n^9 - 4n^7 + 15n^6 - 10n^5 + 3n^3 - n + 271466\},$$
$$(n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots)$$

existen infinitos números primos.

7º) *En la sucesión:*

$$\{4n^5 + 6n^4 + 8n^3 + n^2 + 2n + 105\},$$
$$(n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots),$$

existen infinitos números primos.

El teorema general del Dr. Biggeri, dado a conocer en esta sesión, es generalizado por el mismo Dr. Biggeri a los cuerpos de racionalidad.

En la sesión del 4 de setiembre el Dr. Biggeri da a conocer otros teoremas originales sobre la teoría de números primos, de naturaleza distinta a las de sus teoremas anteriores. Uno de estos nuevos teoremas del Dr. Biggeri es una amplia generalización del célebre teorema de Goldbach.

En la sesión del 11 de setiembre el Dr. Biggeri se ocupa, nuevamente, de las rectas de Julia de las funciones analíticas definidas por series de Dirichlet. En el año 1936, el Dr. Biggeri demostró el siguiente teorema original sobre las singularidades de las funciones analíticas definidas por series de Dirichlet:

TEOREMA. *Si se verifican las dos condiciones siguientes*:

1°) *la parte real del coeficiente* a_n *de la serie de Dirichlet*:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot e^{-\lambda_n \cdot z} \tag{1}$$

no es negativa (a partir de un valor fijo de n en adelante);

2°) *el valor principal,* φ_n, *del argumento de* a_n *(para los valores de n tales que* $a_n \neq 0$*), es tal que*:

$$\lim_{n \to \infty} \sqrt[\lambda_n]{\cos \varphi_n} = 1 \; ; \tag{2}$$

entonces, el punto real de la recta de convergencia de la serie [1], *es singular para la función analítica que define dicha serie.*

Ahora bien, en esta sesión del 11 de setiembre el Dr. Biggeri da a conocer un teorema que obtuvo sobre las rectas de Julia de las funciones analíticas definidas por series de Dirichlet, cuando en estas series se cumplen las dos condiciones del teorema anterior, a saber:

1º) *la parte real del coeficiente* a_n *de la serie de Dirichlet*:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot e^{-\lambda_n \cdot z} \tag{1}$$

no es negativa (a partir de un valor fijo de n en adelante);

2º) *el valor principal,* φ_n, *del argumento de* a_n *(para los valores de n tales que* $a_n \neq 0$*), es tal que*:

$$\lim_{n \to \infty} \sqrt[\lambda_n]{\cos \varphi_n} = 1 \ ; \tag{2}$$

dando, de tal modo, otra comprobación, desde un nuevo punto de vista, de la « afinidad » que existe entre la teoría de las singularidades periféricas de las funciones analíticas y la teoría de las rectas de Julia, « afinidad » de la cual se ocupó el Dr. Biggeri en sesiones anteriores.

En la sesión del 18 de setiembre el Dr. Biggeri da a conocer varios teoremas que obtuvo sobre la teoría de números. Entre otros resultados, el Dr. Biggeri logró un teorema que constituye una condición necesaria y suficiente para que una curva algebraica, propiamente dicha, tal que los coeficientes de su ecuación son números racionales, posea infinitos puntos cuyas dos coordenadas son racionales; es decir, tal teorema del Dr. Biggeri es una condición necesaria y suficiente para que una curva algebraica, no degenerada, tal que los coeficientes de su ecuación cartesiana homogénea son números enteros, posea infinitos puntos cuyas tres coordenadas cartesianas homogéneas son números enteros. Este problema de análisis diofántico, es generalizado y resuelto por el Dr. Biggeri, a los cuerpos de racionalidad.

El Dr. Biggeri señala el interés que habría en relacionar tales resultados suyos con los obtenidos por Poincaré en la aritmética sobre las curvas algebraicas, y con los obtenidos por A. Weil sobre cuestiones afines.

En la sesión del 25 de setiembre el Dr. Biggeri planteó el siguiente problema y enunció la solución general que él mismo obtuvo: determinar la naturaleza, desde el punto de vista algebraico, de

una función analítica, multiforme o uniforme, tal que alguna de las ramas de dicha función analítica tome valores complejos (o reales) de componentes racionales, en un conjunto de infinitos puntos de coordenadas racionales, uno de cuyos puntos de acumulación, (que puede ser el único), es un punto regular para tal rama de función analítica.

En la sesión del 9 de octubre el Dr. Biggeri da a conocer otros teoremas suyos sobre la trascendencia de una función dada por su desarrollo tayloriano, respecto del « conjunto de funciones expresables, en forma finita, mediante funciones prefijadas, y, combinadas éstas arbitrariamente », teoremas que obtuvo aplicando sus teoremas generales sobre tal cuestión, y, que fueron comunicados por él en la sesión del 21 de agosto ppdo.

He aquí algunos, (de los más sencillos), de esta nueva serie de teoremas del Dr. Biggeri.

Teorema 1º) *Sean*:

$$p \geqq 2 ,$$

un número natural arbitrariamente fijado;

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \ldots, a_p ,$$

números naturales pares, distintos entre sí, y:

$$a_{p+1} ,$$

un número natural impar, arbitrariamente fijados. Pongamos:

$$\beta_n \equiv a_1^n + a_2^n + a_3^n + \ldots + a_p^n + a^n{}_{p+1} .$$

Supongamos que:

$$\{\alpha_n\} , \quad (n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots) ,$$

es una sucesión de números enteros, tal que:

$$\alpha_n , \quad y , \quad \beta_n ,$$

son primos entre sí, y:

$$\overline{\lim_{n \to \infty}} \sqrt[n]{\frac{|\alpha_n|}{\beta_n}} \quad \textit{es finito.}$$

En tales hipótesis; la función, (y, por lo tanto, todas sus primitivas sucesivas), definida por el elemento:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\beta_n} \cdot z_n ,$$

no es expresable elementalmente.

Además, todas las derivadas, (cualesquiera que sean sus órdenes), de dicha función analítica, no son, tampoco, expresables elementalmente.

El Dr. Biggeri indica cómo este teorema se puede generalizar.

Teorema 2º) *Sean:*

$$\alpha_n , \quad (\alpha_n \text{ es entero}),$$

y:

$$\beta_n \equiv n^{n^{n^n}} + n^{n^{n^n}} + n^{n^n} + n^n + n + (n - \gamma) !$$

(donde:

$$\gamma > 0 , \qquad \text{igualdad excluída,}$$

es un número natural arbitrariamente fijado), números primos entre sí, tales que:

$$\overline{\lim_{n \to \infty}} \sqrt[n]{\frac{|\alpha_n|}{\beta_n}} \quad \text{es finito.}$$

En tales hipótesis; la función, (y, por lo tanto, todas sus primitivas sucesivas), definida por el elemento holomorfo en el origen:

$$\sum_{n=\gamma}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\beta_n} \cdot z^n ,$$

no es expresable elementalmente, ni elípticamente, ni elíptica-elementalmente.

Un corolario interesante de este teorema del Dr. Biggeri es el siguiente:

Sea:

$$P(x)$$

un polinomio entero en x, de coeficientes enteros arbitrarios.

En tales hipótesis; la función entera, (y, por lo tanto, todas sus primitivas sucesivas), definida por la serie:

$$\sum_{n=\gamma}^{\infty} \frac{P(n)}{\beta_n} \cdot z^n ,$$

(siendo β_n la sucesión del teorema anterior), no es expresable elementalmente, ni elípticamente, ni elíptica-elementalmente.

Además, todas las derivadas, (cualesquiera que sean sus órdenes), de dicha función entera, no son, tampoco, expresables elementalmente, ni elípticamente, ni elíptica-elementalmente.

Pasando a otro tema, el Dr. Biggeri hace diversas aplicaciones de aquel teorema suyo que dió a conocer en la sesión del 28 de agosto ppdo., teorema tal que, entre otras cosas, configura un principio que constituye una condición necesaria y suficiente para reconocer si una sucesión infinita de números enteros, contiene infinitos números primos.

En la sesión del 16 de octubre de 1944, el Dr. Juan C. Vignaux habló sobre: *Integrales asintóticas de Laplace de orden $\lambda_a(z)$.*

Propuso la siguiente definición general de representación asintótica:

Sea una función $\lambda_a(z)$ de la variable z, tal que $\lambda_a(z) \to \infty$ cuando $R(z) \to \infty$ para todo a fijo y mayor que cero, diremos que la integral

$$\int_0^{\infty} e^{-xz}\, \varphi(x)\, dx$$

converge asintóticamente de orden $\lambda_a(z)$ a $f(z)$ si

$$\lambda_a(z) \left[f(z) - \int_0^{a} e^{-xz} \cdot \varphi(x)\, dx \right] \longrightarrow 0$$

cuando $R(z) \to \infty$, $a > 0$, lo cual se indicará así:

$$f(z) \sim \int_0^{\infty} e^{-xz} \cdot \varphi(x)\, dx \quad [\lambda_a(z)].$$

Observó que, para $\lambda_a(z) = e^{az}$ resulta la convergencia de orden exponencial, ya estudiada y que si $\gamma_a(z) = z^a$ se tendrá la convergencia asintótica de orden potencial.

El expositor puso luego en evidencia que es preciso determinar las condiciones para que, en esta generalización, se conserve el teorema fundamental de unicidad de la representación asintótica y anunció que va a abordar el estudio de esta representación.

El Sr. Mischa Cotlar expuso algunas consideraciones acerca de los *métodos de sumación de series.*

Hizo una reseña de los orígenes de los métodos de sumación de series de potencias divergentes de Stieltjes y Borel señalando algunas cuestiones que podrían ser tema de investigación. Después de recordar los clásicos teoremas de Sylvester y Sturm y las fórmulas para las funciones de Sturm, expuso brevemente la idea del método de Hermite para expresar estas funciones por una cadena de menores de una forma cuadrática.

A continuación hizo un resumen de los fundamentos de las memorias de Marcoff y de Stieltjes sobre las fracciones continuas, del método de Borel y los criterios de Stieltjes y Carleman sobre la unicidad del problema de los momentos. Finalmente señaló que la teoría de Hermite podría proporcionar un método distinto al de Borel especialmente por las series lacunares de potencias; así, la aplicación de dicha teoría conduce a plantear el siguiente problema del cual no sabe si ya fué resuelto; si

$$\sum \frac{a_{n_i}}{x^{n_i}} \quad \text{es lacunar} \quad \left(\frac{n_i}{n_{i+1}} > \lambda > 1\right),$$

¿bajo qué condiciones se puede afirmar que el correspondiente problema de momentos tiene solución única? (es decir que se puede atribuir un valor determinado a la fracción continua de Stieltjes?).

En la sesión del 23 de octubre de 1944, el Prof. Francisco Vera expuso algunas consideraciones sobre la etimología de la palabra *Algoritmo.*

Su origen es todavía incierto. Entre las varias etimologías que se han propuesto figuran:

alleos, alinear, y *goros,* consideración (que no tiene sentido).

argis, griego y *tmos,* costumbre, en cuyo caso sería costumbres de los griegos.

ares, virtud y *rithmus,* número, y, por tanto, tendría una significación geométrica (Ms. 7420 A del fondo latino de la Biblioteca Nacional de París).

algos, inducción, y *rithmus,* número. (Ms. 7420 B, de la misma Biblioteca).

Algus, nombre de un pretendido filósofo árabe, no identificado, que cita el ms. 1290 de la Biblioteca de Santa Genoveva.

Algor, nombre de un antiguo pueblo de Castilla.

Alge, arena, y *rithmus,* número, alusión a la costumbre antigua de escribir las cifras en una tablilla cubierta de polvo, el *pulvis eruditus* de los latinos apud ms. 810 de la Sorbona y 354 del fondo de la abadía de San Víctor.

Todas estas etimologías, en opinión del Prof. Vera, son fantásticas. La primera vez que aparece la palabra « Algoritmo » es en un ms. de Cambridge titulado *Algoritmi de numero Indorum,* editado por Boncompagni, Roma, 1859, que empieza así: *Dixit Algoritmo,* lo que hace pensar en el nombre de Abuabdala Mohamed Abenmusa, llamado el *Joarizmí* por ser de origen persa, de Joarizm, primer tratadista de Algebra, cuyo original árabe ha permanecido inédito hasta 1831 que lo publicó F. Rosen, con una versión inglesa, pero que fué conocido a mediados del siglo XII por las traducciones latinas hechas en Toledo.

La palabra « Algoritmo » no es sino una corrupción del nombre del Joarizmí, que aparece con multitud de grafías; por ejemplo:

Alchorismi, Algorismi, Alchoariximi, Alkauresmi, Alkauresmo, Alchowarezmius, Alchoarismus, Alchocharithmus, Alchwarizmi, Algoritzmi.

A fines del siglo XII esta palabra sustituyó a « ábaco » para rotular los tratados de aritmética escritos con arreglo al principio de posición; en el XIII significó específicamente el cálculo indio y con este sentido continuó hasta el XVI en que adquirió el actual.

En la sesión del 30 de octubre de 1944, el Dr. José Barral Souto estudió la función continua

$$f(x) = \left| \frac{2n-1}{2} \cdot x - \left[\frac{2n-1}{2} \cdot x + \frac{1}{2} \right] \right| - \frac{x}{2} \qquad [1]$$

pefinida para $0 \leq x \leq 1$ resulta que para $\frac{s}{n} < h < \frac{s}{n-1}$

con
$$\begin{cases} s = 0, 1, 2, \ldots, n-1 \\ 0 \leq x \leq 1 - h \end{cases}$$

se verifica

$$z(x) = f(x+h) - f(x) < 0;$$

estableció el disertante que ello equivale a decir que la curva representada por [1] carece de cuerdas paralelas al eje Ox con longitudes h y que satisfagan las condiciones [2].

Planteó luego el problema de averiguar si, prefijados dos valores positivos de h, menores que la unidad, es posible determinar un valor de n cuya correspondiente curva [1] carezca de cuerdas paralelas al eje Ox con esas longitudes y concretó el problema al caso de dos fracciones propias irreducibles

$$h = \frac{M}{N} \quad \text{y} \quad h' = \frac{M'}{N'},$$

con numeradores distintos de la unidad, enunciando el mecanismo para su resolución y los resultados obtenidos.

El Sr. Mischa Cotlar hizo una exposición de resultados sobre un teorema de Khintchine y Raikoff.

Recordó el disertante el teorema de Borel sobre fracciones sistemáticas que está contenido como un caso muy particular de los siguientes teoremas de Raikoff (Rec. Mat. 1936): 1º) Si $f(x)$ es integrable L y periódica, con período igual a 1, se verifica, para todo entero $a > 1$ que

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{n=0}^{n-1} f(a^k \cdot x) = \int_0^1 f(\cdot)\, dt.$$

para casi todo x.

2º) Si $\{\lambda_n\}$ es una sucesión creciente al infinito $\lambda_n \neq a^n$, se puede afirmar tan sólo que

$$\lim_{n \to \infty} \int_0^1 \left| \frac{1}{n} \sum_1^n f(\lambda_n x) - \int_0^1 f(t) \, . \, dt \right| dx = 0$$

Puso luego de relieve que el teorema de Raikoff es una extensión, para el grupo multiplicativo, de un teorema de Khintchine que se refiere a las sumas

$$\frac{1}{n} \sum_0^{n-1} f(x + k\eta)$$

(con η irracional) y expresó que en base a los teoremas citados pueden plantearse los siguientes problemas que juzgó nuevos y que ponen en evidencia la analogía con las series de Fourier; como las demostraciones están todavía en elaboración algunos de estos resultados fueron enunciados bajo reserva de ulteriores modificaciones.

1º) Averiguar cuáles son los puntos x en que dichos teoremas se verifican con seguridad.

Por analogía con las series de Fourier esos son los puntos $x = \xi$ tales que la función es aproximativamente continua en todos los puntos de la forma $a^n\xi$; análogamente si todos los puntos $a^n\xi$ son « puntos de Lebesgue » de $f(x)$.

El teorema se extiende para $\lambda_n \neq a^n$ exigiendo la igual - continuidad aproximativa o la « uniforme condición de Lebesgue ».

2º) Como para una sucesión $\lambda_n \neq a_n$ las sumas de Raikoff convergen en media, se puede seleccionar una subsucesión λ_{n_i} tal que las sumas correspondientes convergen en casi todo x; surge, pues, la pregunta: ¿Cuáles son los índices λ_{n_i} para los cuales se puede asegurar la convergencia? Se tiene un teorema análogo a otro de Kolmogoroff para series de Fourier.

3º) Basándose en que la condición necesaria y suficiente para que una sucesión $\{u_n\}$ sea sumable Cesaro 1 es que exista una $f(x)$ de clase L, periódica, tal que $f(a^n x) = u_n$ para x de medida mayor que cero y cierto entero a, resulta la posibilidad de un nuevo método de sumación de series divergentes, pues si se puede hallar una función $f(x)$ tal que $f(\lambda_n . x) = u_n$ para un conjunto de x no de medida positiva sino tan solo numerable pero denso en todo conjunto de continuidad aproximativa de $f(x)$, quedará atribuído

a $\{u_n\}$ una suma determinada y se verificarán las propiedades ordinarias de las series. Respecto a este problema hizo notar el disertante que dadas dos series sumables por este método lo es la serie producto y la función asociada es el « faltung de las funciones asociadas.

4º) Cuestiones análogas para la sumación (C, r) con $r < 1$ y los otros métodos de sumación como el de Borel, etc.

5º) Los teoremas de Raikoff-Khintchine no se extienden a la integral de Denjoy.

6º) Los teoremas citados se generalizan para funciones quasi-periódicas cambiando la integral

$$\int_0^1 f(t) \, . \, dt \quad \text{por} \quad \lim \frac{N}{1} \int_0^N f(t) \, . \, dt \, .$$

7º) Dichos teoremas se extienden para la integral de Haar en los grupos topológicos abstractos.

El Dr. Juan C. Vignaux habló sobre: *La transformada de Mellin.* Expresó que la integral

$$f(z) = \int_0^\infty x^{z-1} \Phi(x) \, dx = M[\Phi]$$

define una correspondencia funcional que se llama « la transformada de Mellin », y observó que el producto formal de dos transformadas

$$f(z) = \int_0^\infty x^{s-1} \, . \, \varphi(x) \, dx$$

$$g(z) = \int_0^\infty x^{s-1} \, . \, \psi(x) \, dx$$

es otra transformada $M[\Phi]$ donde

$$\Phi(x) = \int_x^\infty \varphi\left(\frac{x}{u}\right) . \frac{\psi(u)}{u} \, du$$

$$= \int_x^\infty \psi\left(\frac{x}{u}\right) . \frac{\varphi(u)}{u} \, . \, du$$

que llama *componente* (M) de las funciones $\varphi(x)$ y $\psi(x)$.

Si $M[\varphi]$ y $M[\psi]$ son absolutamente convergentes para $z = z_0$ también converge absolutamente

$$M\left[\int_t^\infty \varphi\left(\frac{t}{u}\right)\frac{\psi(u)}{u}\,.\,du\right]$$

para $z = z_0$, y es igual a $M[\varphi]\ .\ M[\psi]$. Análogamente se obtienen teoremas del tipo del Mertens y de Abel.

En la reunión del día 6 de noviembre el Ing. Varela Gil hizo una exposición de su trabajo *Curvas orbiformes múltiples*, en el cual se prueba la existencia de curvas cerradas que poseen las principales propiedades que caracterizan a las orbiformes y que tienen además puntos múltiplos, es decir, que son curvas cerradas cuya curvatura total es un múltiplo de $2\,\pi$, de la forma $(2+4\,n)\pi$ siendo n entero y positivo.

Como en toda curva cerrada cuya curvatura total valga $(2+4\,n)\pi$, el número de tangentes paralelas a una dirección dada es igual a $2+4\,n$ —por la definición de curvatura—, se entenderá por tangentes paralelas correspondientes u opuestas, aquellas cuyos puntos de contacto con la curva dividen a esta en dos segmentos tales que la curvatura total de cada uno de ellos tenga por valor $(1+2\,n)\pi$.

A fin de formular algunos resultados que se aplican más tarde, se define un tipo de polígono rectilíneo muy general considerando en el plano n puntos propios; numerándolos desde 1 hasta n con la única condición de que tres consecutivos no estén sobre la misma recta. Trazando los segmentos determinados por cada dos consecutivos y por el último y el primero se tendrá dicho polígono. Fijando un sentido de recorrido, se definen en este polígono los ángulos (D) de la derecha, los ángulos (I) de la izquierda, y los ángulos (E) externos.

Entre estos ángulos existen las siguientes relaciones:

$$\Sigma\, D_i + \Sigma\, E_i = n\pi$$
$$\Sigma\, E_i = 2\,q\pi$$
$$\Sigma\, D_i = n\pi \mp 2\,q\pi$$
$$\Sigma\, I_i = n\pi \pm 2\,q\pi$$

en los cuales n es entero y positivo y q entero que puede ser positivo, negativo o nulo; n es el género del polígono y q la especie.

Siendo $n = r + p$ se demuestra el siguiente teorema:

Teorema. — *En todo polígono de primera especie cuya suma de ángulos sea igual a* $(n-2)\pi$ *la suma de p ángulos es igual a la suma de los r ángulos externos no adyacentes a los primeros, aumentada en* $(p-2)\pi$.

De este teorema se deduce inmediatamente que *en todo polígono cuya suma de ángulos vale* $(n-2)\pi$ *la suma de dos ángulos es igual a la suma de los* $n-2$ *ángulos externos no adyacentes a los primeros.*

Si se considera ahora un polígono formado por curvas regulares tangentes en sus extremos y que formen en ellos puntos de retroceso de primera especie, si se unen estos puntos por medio de rectas, se obtiene un polígono que el autor ha denominado *polígono rectilíneo adjunto.* El género n y la especie q de un polígono curvilíneo son respectivamente el género y la especie de su rectilíneo adjunto.

Se demuestra ese teorema fundamental. *La suma de las curvaturas de los lados del polígono curvilíneo, es igual a la suma de los ángulos del polígono rectilíneo adjunto, dentro de los cuales están las semitangentes en los vértices a los lados curvilíneos y que quedan con esos lados — en un entorno — en el mismo semiplano respecto a la normal.*

De este teorema y de las propiedades de las orbiformes se deduce que la curvatura total de las evolutas de estas curvas debe ser un múltiplo impar, $2K+1$, de π y que la curvatura total de la orbiforme será $2(2K+1)\pi = (2+4K)\pi$.

Por consiguiente, el número de lados n y la especie q del polígono rectilínea adjunto del polígono curvilíneo que sea evoluta de una orbiforme múltiple, deben ser tales que satisfagan, de acuerdo a lo establecido anteriormente, a la condición

$$n - 2q = 2K + 1$$

o

$$n + 2q = 2K + 1$$

De estas consideraciones se deduce con facilidad el siguiente teorema: *Todo polígono curvilíneo de lados regulares tangentes en*

los vértices, formando en ellos puntos de retroceso de primera especie, es la evoluta de una infinidad de curvas orbiformes múltiples, paralelas, con indicatriz de curvatura continua, si satisface a la condición de que $n - 2q = 2K + 1$ *ó* $n + 2q = 2K + 1$, *siendo* K *entero y diferente de* 0.

En la reunión del día 13 el doctor De Césare expuso sobre un tema de geometría proyectiva del que se dará cuenta en una próxima publicación.

El día 20 del mismo mes expusieron los doctores Vignaux, Cesco y el ingeniero Capelli. En primer término habló el doctor R. P. Cesco quien se refirió a un *teorema Tauberiano del método de sumación de Nörlund* y dijo en resumen, lo siguiente.

Sea $(N_i\ ; p_n)$ un método de sumación de Nörlund, caracterizado por una matriz regular de elementos $p_{n-\lambda}/P_n$, con $p_\lambda > 0$, $P_n = p_0 + p_1 + \ldots + p_n$; $\lambda = 0, 1, 2, \ldots, n$; $n = 0, 1, 2, \ldots$

Se demuestra que el teorema siguiente, demostrado por los señores G. Hayashi y S. Izumi en la nota « Theorems on Nörlund's method of summation, I », aparecida en Tôhoku Mathematical Journal, Vol. 47, p. 6, (1940), teoremas 6 y 7, no es de carácter Tauberiano:

Supongamos que $\varepsilon \geq 0$, $\gamma_\lambda > 0$ *y que* $\sum_{\lambda=0}^{\infty} \gamma_\lambda / P_\lambda^{1+\varepsilon}$ *es convergente. Si* $\sum_{\lambda=0}^{\infty}$ *es sumable* $(N\ ;\ p_n)$ *y* $\overline{\gamma}_\lambda^{1+\varepsilon} u_\lambda / \gamma_\lambda = 0\,(1)$ *la serie* $\sum u_\lambda$ *es convergente.*

Se observa que la convergencia absoluta $\sum u_\lambda$ resulta de la de $\sum_{\lambda=0}^{\infty}$ aunque se substituya la hipótesis $P_\lambda^{1+\varepsilon} u_\lambda / \gamma_\lambda = 0\,(1)$ por la menos restringida $P_\lambda^{1+\varepsilon} u_\lambda / \gamma_\lambda = 1\,(0)$, y se demuestra el siguiente teorema Tauberiano para este método de sumación:

Los elementos de la matriz $(N\ ;\ p_n)$ *sean positivos y verifiquen la desigualdad* $n\gamma_\lambda (P_n - P_{n-\lambda} < M P_n P_\lambda)$ *(siendo* M *constante),*

para todo $n \geq n_0$ *y* $0 < \lambda \leq n$. *Si* $\sum u_\lambda$ *es szmable* $(N; p_n)$ *y* $P_\lambda u_\lambda / p_\lambda = 0\,(1)$ *la serie* $\sum u_\lambda$ *converge.*

A continuación, el ingeniero Capelli expuso algunas ideas sobre un trabajo de próxima publicación en colaboración con el señor M. Cotlar, en la revista del Instituto de Matemática de Rosario que dirige el doctor Beppo Levi. Recordó que en una exposición anterior había definido el concepto de coeficiente de densificación en esta forma: Dado un conjunto plano E, medible, y z un punto de él, tomemos para cada rectángulo o círculo δ que contiene a z la relación

$$Q\,(E;\,\delta) = \frac{|\,E\,.\,\delta\,|}{|\,\delta\,|}$$

con $|\,E\,|$ = medida de E, siendo $0 \leqq Q(E\,;\delta) \leqq 1$.

Si z es un punto de densidad de E se tiene

$$\lim_{|\,\delta\,| \to 0} Q\,(E;\,\delta) \longrightarrow 1$$

Resulta pues natural definir el coeficiente de densificación o densidad, en el punto z, como

$$\lim_{|\,\delta\,| \to 0} \frac{1 - Q\,(E;\,\delta)}{|\,\delta\,|} = Q'\,(E;\,z) = a \geqq 0.$$

Agregó, que en el trabajo citado, se demuestra el siguiente resultado ya comunicado en la reunión anterior.

Si $f(z)$ es una función holomorfa, deja invariante el punto de densidad de un conjunto interior al dominio de holomorfismo.

Además, si E es un conjunto plano medible, interior al dominio de holomorfismo de la función $f(z)$, z_0 un punto de densidad del mismo, $f'(z_0) \neq 0$, entonces si $\overline{z_0}$ y $\overline{E}$ son los elementos correspondientes a z_0 y E en la transformación $\overline{z} = f(z)$, se tiene la relación

$$Q'\,(\overline{E};\,\overline{z_0}) = \frac{Q'\,(E;\,z_0)}{|f'\,(z_0)^2|}\,.$$

De esta relación, el expositor dió algunas aplicaciones a la teoría de las familias normales, después de recordar las definiciones de

conjunto igualmente denso y familia de funciones uniformemente densa.

A continuación expuso lo siguiente:

El concepto de coeficiente de densidad es como hemos visto, una medida de la rapidez de densificación alrededor del punto z_0. Esta rapidez puede apreciarse desde otro punto de vista, íntimamente vinculado al anterior.

Sea un intervalo AB y P un punto interior al mismo; su distancia l, al extremo más próximo, nos da una medida del grado de interioridad respecto al intervalo. Este concepto ya conocido de interioridad, puede también ser interpretado en esta forma: considerando a P como un punto de densidad particular del intervalo AB, l vendría a ser el mayor de los η que interviene en la definición de densidad, es decir que para $|\delta| < \eta$ ya se verifica (siendo E el intervalo AB)

$$1 - Q(E;\delta) < \varepsilon$$

En este caso es $1 - Q(E;\delta) = 0$, es decir, hay un mismo η para todos los ε, lo cual no ocurre en un conjunto E arbitrario. Resulta pues natural introducir este concepto de grado de interioridad ε, o como nosotros diremos ε — espesor de un conjunto E cualquiera en un punto z_0 del mismo.

El ε — espesor de E en z_0 es el mayor número $\eta > 0$ tal que para todo $|\delta| < \eta$ se verifica

$$1 - Q(E;\delta) < \varepsilon\,.$$

Evidentemente, este concepto se extiende al plano. Además, el ε — espesor puede entenderse como una generalización del concepto de distancia de un punto de un conjunto al conjunto complementario.

Esto permite a su vez generalizar el concepto importante en la teoría de funciones, de un dominio completamente interior a otro para el caso de conjuntos cualesquiera, en lugar de dominios. En efecto, dado un conjunto E cualquiera, el sub-conjunto E' de aquellos puntos que tienen un mismo ε— espesor $= \eta > 0$ viene a ser el análogo del dominio completamente interior en el caso de los dominios ordinarios con grado de interioridad $\geqq \eta$.

Terminó la exposición del concepto de ε — espesor con una aplicación a la teoría de funciones.

Sea Γ la circunferencia unitaria, AB un arco de la misma de longitud l, t_0 un punto interior a AB con grado de interioridad d, ξ un punto interior al círculo unitario situado sobre el radio ot_0 y

$$g(z, \xi) = \frac{z - \xi}{1 - \bar{\xi} z},$$

la función homográfica que transforma el círculo en si mismo haciendo corresponder el origen al punto ξ. Sean AB, $\bar{l}$, $\bar{t}_0$, $\bar{d}$ los elementos correspondientes en dicha transformación homográfica; entonces se tienen los siguientes resultados:

1º) Para $\xi \to t_0$, es $2\pi - \bar{l} \to 0$.

2º) La rapidez de reducción a cero de $2\pi - \bar{l}$ es proporcional al cuadrado del grado de interioridad d de t_0.

3º) Los puntos t_0 tienen respecto al arco transformado $\overline{AB}$ un grado de interioridad uniforme, es decir, existe un $d_2 > 0$ tal que para todo ξ es $\bar{d} > d_2 > 0$.

Ahora, el concepto de ε — espesor permite extender estos tres resultados en el caso de tener en lugar de un arco AB, un conjunto E cualquiera situado sobre Γ.

Finalmente habló el doctor J. C. Vignaux sobre «*Las familias normales de funciones en un dominio cerrado*», quien en resumen dijo:

La teoría de las «familias normales» creada por M. Montel, constituye una de las cuestiones más importantes de la moderna teoría de funciones. Es particularmente en el caso de las funciones de variables complejas que ella se ha mostrado fecunda y útil conduciendo a resultados inesperados por sus consecuencias.

Recordemos la definición de familia normal en el caso de un conjunto de funciones de una variable compleja.

Según M. Montel, una familia (F) de funciones $f(z)$ es *normal*

en el *dominio D*, sí, toda sucesión de funciones que pertenecen a la familia (F),

$$f_1(z),\ f_2(z),\ldots f_n(z),\ldots$$

contiene una sucesión parcial

$$f_{\lambda_1}(z),\ f_{\lambda_2}(z),\ \ldots f_{\lambda_i}(z),\ \ldots$$

uniformemente convergente en el *interior* de D, es decir, en todo dominio cerrado D' completamente interior a D.

El estudio de las familias normales ha recibido un amplio desarrollo especialmente en lo concerniente a las familias formadas por funciones *holomorfas* y *meromorfas* de una y de varias variables complejas; dando origen a estudios muy profundos de Montel, Caratheodory, Ostrowski, Julia, Bloch, Valirón y otros.

Pero todos los trabajos sobre esta cuestión se refieren únicamente al estudio de las propiedades de las familias normales y de los criterios de normalidad en el *interior* del dominio y nada nos enseñan respecto al *dominio total,* es decir el formado por la reunión de los puntos *interiores* y los del *contorno.*

Tampoco se conocen criterios que aseguren la normalidad de una familia de funciones, ya en el *interior* o en el dominio total, con condiciones de contorno solamente.

Constituye sin duda, una cuestión de suma importancia, extender la teoría de las familias normales al caso de un *dominio cerrado,* es decir el formado por los puntos *interiores* y los puntos fronteros que limitan este dominio.

Varios resultados que había logrado en esta nueva dirección fueron comunicados al profesor M. Montel durante su estadía entre nosotros a fines del año 1939, de quien recibí un amplio apoyo y estímulo para continuar estas investigaciones (1).

Los resultados que expongo a continuación es el contenido de una Nota enviada a la Academia de Ciencias de París, en abril

(1) En aquella oportunidad M. Montel hizo una exposición magistral de los fundamentos de su teoría de las familias normales en un breve curso en la Facultad de Ciencias. Con anterioridad y en diversas oportunidades, yo me ocupé de la teoría de M. Montel en los cursos de Matemática Superior de la Facultad de Buenos Aires.

de 1940, y también en una comunicación a la Academia de Ciencias de Buenos Aires.

Interesado mi amigo Cotlar por estas cuestiones, decidimos realizar en colaboración, el estudio sistemático de las familias normales en un dominio cerrado. Los resultados que hemos logrado, saldrán próximamente con el título « *Familias de funciones totalmente normales* » en una extensa publicación del Instituto de Matemática del Rosario que dirige el sabio profesor Beppo Levi; y del cual daremos un resumen de su contenido en las próximas reuniones.

JUNIO

10

CAMBIO de MANO

Adhesión de la

COMPAÑIA ARGENTINA DE CEMENTO PORTLAND

Reconquista 46.(R. 3) Buenos Aires • Sarmiento 991 - Rosario

COMPAÑIA DE SEGUROS

La Comercial e Industrial de Avellaneda

SOCIEDAD ANONIMA

Incendio **Cristales**

Avda. Mitre 429 (piso 1º) - Avellaneda — U. T. 22 - 7941 y 22 - 9138

CRISTALERIAS MAYBOGLAS

Sociedad de Responsabilidad Limitada

CAPITAL $ 1.000.000 m/n

•

ENVASES DE VIDRIO - TUBOS DE VIDRIO

BLOQUES PARA PISOS Y TABIQUES

MyB M. R.

Escritorio:
Cóndor 1625
U. T. 61-3800

Fabrica:
Tabaré 1630
U. T. 61-3800

COMPAÑIA DE SEGUROS DE VIDA
SUD AMERICA
Av. R. SAENZ PENA 530 - BUENOS AIRES

La más poderosa y difundida en el pais.

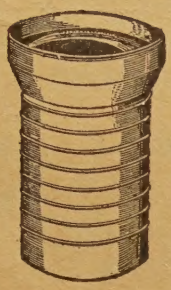
Seguros de Vida en vigor:
$ 429.795.618 m/l.

Reservas Técnicas:
$ 68.248.785 m/l.

Pagados a Asegurados y Beneficiarios desde 1923:
$ 126.859.182 m/l.

ARIENTI y MAISTERRA

EMPRESA CONSTRUCTORA



Caños de hormigón armado para desagües pluviales.

Caños corrugados de concreto simple, aprobados por Obras Sanitarias de la Nación para obras domiciliarias.

Absoluta Impermeabilidad.

MARCA REGISTRADA

SI SU PROVEEDOR NO LOS TIENE PIDALOS A SUS FABRICANTES

Av. VELEZ SARSFIELD 1851 - U. T. (21) 0075 - BUENOS AIRES

DISPONIBLE

Sociedad Científica Argentina

FUNDADA EN 1872

SANTA FE 1145 BUENOS AIRES U. Telef. 41 - 1406

VISITE SU

BIBLIOTECA PUBLICA

Horario: 8 a 12 y 15 a 20

44.650 volúmenes ● 1.400 colecciones de revistas ● 13.900 folletos

✦ ✦

"ANALES de la SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA"

Editado desde 1876,
ha llegado al tomo CXXXVIII
Suscripción anual $ 24 m/n.

Seminario Matemático "Dr. CLARO C. DASSEN"

Ciclos de Conferencias científicas y de carácter general

La SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA está empeñada en la obra de divulgar e intensificar los conocimientos científicos

— —

Está próximo a publicarse el tomo III°, correspondiente al ciclo de conferencias 1944.